Box-Jenkins eljárás, előrejelzés készítése

Ferenci Tamás
tamas.ferenci@medstat.hu

Tartalom

Tartalom

A Box-Jenkins eljárás lényege

- Az alapgondolat: az idősorokat – stacioner – ARIMA(p,d,q)-modellel írjuk le...
- ...a paramétereket úgy megválasztva, hogy a modellfeltevések teljesüljenek
- A nevét két fő proponenséről – George Box és Gwilym Jenkins – kapta, akiknek az 1970-es könyve (Time Series Analysis: Forecasting and Control) nagyon sokat tett a módszer széles körben történő megismertetéséért és elterjesztéséért

A Box-Jenkins eljárás lényege

- Az alapgondolat: az idősorokat – stacioner – ARIMA(p,d,q)-modellel írjuk le. . .
- . . . a paramétereket úgy megválasztva, hogy a modellfeltevések teljesüljenek
- A nevét két fő proponenséről – George Box és Gwilym Jenkins – kapta, akiknek az 1970-es könyve (Time Series Analysis: Forecasting and Control) nagyon sokat tett a módszer széles körben történő megismertetéséért és elterjesztéséért

A Box-Jenkins eljárás lényege

- Az alapgondolat: az idősorokat – stacioner – ARIMA(p,d,q)-modellel írjuk le...
- ...a paramétereket úgy megválasztva, hogy a modellfeltevések teljesüljenek
- A nevét két fő proponenséről – George Box és Gwilym Jenkins – kapta, akiknek az 1970-es könyve (Time Series Analysis: Forecasting and Control) nagyon sokat tett a módszer széles körben történő megismertetéséért és elterjesztéséért

A Box-Jenkins eljárás lépései

1. A d meghatározása: már láttuk a módszereit (lényegében stacionarizálás/stacionaritás tesztelése)
2. A p és q rendek behatárolása: azért nem „meghatározása”, mert jellemzően nem egyértelmű, többféle lehetőséggel is próbálkozni kell (de általában igyekszünk kicsin tartani ezeket), egyedül a korrelogram segíthet, ha szemrevételezzük és összevetjük azzal, hogy az elméleti korrelogramok hogyan néznek ki (de ez általában csak tiszta AR vagy MA modelleknél működőképes)
3. Modell becslése: technikai lépés, most nem foglalkozunk vele
4. Modelldiagnosztika: reziduumok vizsgálata, minimum autokorrelálatlanságra (korrelogram, Ljung-Box teszt, Breusch-Godfrey teszt), esetleg normalitásra
5. Modellminősítés: jellemzően információs kritériumokat (AIC, BIC (SBC), HQC) használunk

A Box-Jenkins eljárás lépései

1. A d meghatározása: már láttuk a módszereit (lényegében stacionarizálás/stacionaritás tesztelése)
2. A p és q rendek behatárolása: azért nem „meghatározása”, mert jellemzően nem egyértelmű, többféle lehetőséggel is próbálkozni kell (de általában igyekszünk kicsin tartani ezeket), egyedül a korrelogram segíthet, ha szemrevételezzük és összevetjük azzal, hogy az elméleti korrelogramok hogyan néznek ki (de ez általában csak tiszta AR vagy MA modelleknél működőképes)
3. Modell becslése: technikai lépés, most nem foglalkozunk vele
4. Modelldiagnosztika: reziduumok vizsgálata, minimum autokorrelálatlanságra (korrelogram, Ljung-Box teszt, Breusch-Godfrey teszt), esetleg normalitásra
5. Modellminősítés: jellemzően információs kritériumokat (AIC, BIC (SBC), HQC) használunk

A Box-Jenkins eljárás lépései

1. A d meghatározása: már láttuk a módszereit (lényegében stacionarizálás/stacionaritás tesztelése)
2. A p és q rendek behatárolása: azért nem „meghatározása”, mert jellemzően nem egyértelmű, többféle lehetőséggel is próbálkozni kell (de általában igyekszünk kicsin tartani ezeket), egyedül a korrelogram segíthet, ha szemrevételezzük és összevetjük azzal, hogy az elméleti korrelogramok hogyan néznek ki (de ez általában csak tiszta AR vagy MA modelleknél működőképes)
3. Modell becslése: technikai lépés, most nem foglalkozunk vele
4. Modelldiagnosztika: reziduumok vizsgálata, minimum autokorrelálatlanságra (korrelogram, Ljung-Box teszt, Breusch-Godfrey teszt), esetleg normalitásra
5. Modellminősítés: jellemzően információs kritériumokat (AIC, BIC (SBC), HQC) használunk

A Box-Jenkins eljárás lépései

1. A d meghatározása: már láttuk a módszereit (lényegében stacionarizálás/stacionaritás tesztelése)
2. A p és q rendek behatárolása: azért nem „meghatározása”, mert jellemzően nem egyértelmű, többféle lehetőséggel is próbálkozni kell (de általában igyekszünk kicsin tartani ezeket), egyedül a korrelogram segíthet, ha szemrevételezzük és összevetjük azzal, hogy az elméleti korrelogramok hogyan néznek ki (de ez általában csak tiszta AR vagy MA modelleknél működőképes)
3. Modell becslése: technikai lépés, most nem foglalkozunk vele
4. Modelldiagnosztika: reziduumok vizsgálata, minimum autokorrelálatlanságra (korrelogram, Ljung-Box teszt, Breusch-Godfrey teszt), esetleg normalitásra
5. Modellminősítés: jellemzően információs kritériumokat (AIC, BIC (SBC), HQC) használunk

A Box-Jenkins eljárás lépései

1. A d meghatározása: már láttuk a módszereit (lényegében stacionarizálás/stacionaritás tesztelése)
2. A p és q rendek behatárolása: azért nem „meghatározása”, mert jellemzően nem egyértelmű, többféle lehetőséggel is próbálkozni kell (de általában igyekszünk kicsin tartani ezeket), egyedül a korrelogram segíthet, ha szemrevételezzük és összevetjük azzal, hogy az elméleti korrelogramok hogyan néznek ki (de ez általában csak tiszta AR vagy MA modelleknél működőképes)
3. Modell becslése: technikai lépés, most nem foglalkozunk vele
4. Modelldiagnosztika: reziduumok vizsgálata, minimum autokorrelálatlanságra (korrelogram, Ljung-Box teszt, Breusch-Godfrey teszt), esetleg normalitásra
5. Modellminősítés: jellemzően információs kritériumokat (AIC, BIC (SBC), HQC) használunk

A Box-Jenkins eljárás lépései

- A p és q behatárolásához tehát lényegében egy kétlépcsős megoldást alkalmazunk:
  - Szűrés: ami diagnosztikailag nem megfelelő, azok a modellek szóba sem jöhetnek, kidobjuk őket a jelöltek listájáról (ez tehát a modelldiagnosztika alapján megy)
  - Sorbarakás: ha nem egyetlen modell marad fenn, akkor azokat sorbarakjuk, és a – valamely metrika szerinti – legjobbat választjuk (ez tehát a modellminősítés alapján megy)
- Az így kapott modellt pedig felhasználjuk
- Itt jellemzően a felhasználás nem elemzést, hanem előrejelzést jelent

A Box-Jenkins eljárás lépései

- A p és q behatárolásához tehát lényegében egy kétlépcsős megoldást alkalmazunk:
  - Szűrés: ami diagnosztikailag nem megfelelő, azok a modellek szóba sem jöhetnek, kidobjuk őket a jelöltek listájáról (ez tehát a modelldiagnosztika alapján megy)
  - Sorbarakás: ha nem egyetlen modell marad fenn, akkor azokat sorbarakjuk, és a – valamely metrika szerinti – legjobbat választjuk (ez tehát a modellminősítés alapján megy)
- Az így kapott modellt pedig felhasználjuk
- Itt jellemzően a felhasználás nem elemzést, hanem előrejelzést jelent

A Box-Jenkins eljárás lépései

- A p és q behatárolásához tehát lényegében egy kétlépcsős megoldást alkalmazunk:
  - Szűrés: ami diagnosztikailag nem megfelelő, azok a modellek szóba sem jöhetnek, kidobjuk őket a jelöltek listájáról (ez tehát a modelldiagnosztika alapján megy)
  - Sorbarakás: ha nem egyetlen modell marad fenn, akkor azokat sorbarakjuk, és a – valamely metrika szerinti – legjobbat választjuk (ez tehát a modellminősítés alapján megy)
- Az így kapott modellt pedig felhasználjuk
- Itt jellemzően a felhasználás nem elemzést, hanem előrejelzést jelent

A Box-Jenkins eljárás lépései

- A p és q behatárolásához tehát lényegében egy kétlépcsős megoldást alkalmazunk:
  - Szűrés: ami diagnosztikailag nem megfelelő, azok a modellek szóba sem jöhetnek, kidobjuk őket a jelöltek listájáról (ez tehát a modelldiagnosztika alapján megy)
  - Sorbarakás: ha nem egyetlen modell marad fenn, akkor azokat sorbarakjuk, és a – valamely metrika szerinti – legjobbat választjuk (ez tehát a modellminősítés alapján megy)
- Az így kapott modellt pedig felhasználjuk
- Itt jellemzően a felhasználás nem elemzést, hanem előrejelzést jelent

A Box-Jenkins eljárás lépései

- A p és q behatárolásához tehát lényegében egy kétlépcsős megoldást alkalmazunk:
    - Szűrés: ami diagnosztikailag nem megfelelő, azok a modellek szóba sem jöhetnek, kidobjuk őket a jelöltek listájáról (ez tehát a modelldiagnosztika alapján megy)
    - Sorbarakás: ha nem egyetlen modell marad fenn, akkor azokat sorbarakjuk, és a – valamely metrika szerinti – legjobbat választjuk (ez tehát a modellminősítés alapján megy)
- Az így kapott modellt pedig felhasználjuk
- Itt jellemzően a felhasználás nem elemzést, hanem előrejelzést jelent

Tartalom

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
    - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
    - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Az előrejelzés alapelve

- Természetesen itt is feltételes várható értékkel predikálunk, azaz az előrejelzéshez behelyettesítünk minden ismert változót (ARMA-modellnél ez a folyamat múltbeli értékeit, és a múltbeli hibákat jelenti), és a tárgyidőszaki hibatagot nullának vesszük
- Ilyen módon ARMA-modellben csak egyetlen időszakra tudunk előrejelezni; ennek neve **statikus előrejelzés**
- Statikus előrejelzésben csak realizálódott értékre támaszkodunk (a tárgyidőszaki hibától eltekintve, természetesen)
- Ha több időszakra kell előrejeleznünk, akkor
  - a későbbi hibákat mind nullának kell vennünk (nem csak a tárgyidőszakit)
  - a múltbeli értékek sem lesznek mind realizálódottak – ilyenkor a korábbi előrejelzésre támaszkodunk
- Ezt hívjuk **dinamikus előrejelzésnek**

Előrejelzések készítése

- Mindez összefoglalva azt jelenti, hogy
  - a hibatag helyébe a reziduumot írjuk, ha mintán belül vagyunk, 0-t, ha azon kívül
  - a múltbeli érték helyébe a realizálódott értékét írjuk, ha mintán belül vagyunk, a becsült értéket, ha azon kívül
- Az ARMA-folyamat tulajdonságaiból adódik, hogy nagyon messzire előremenve az előrejelzéssel a folyamat várható értékéhez fogunk konvergálni
- ARIMA-modellezésnél utolsó lépésben még vissza kell csinálni a differenciázást (kumulálni kell)

Előrejelzések készítése

- Mindez összefoglalva azt jelenti, hogy
  - a hibatag helyébe a reziduumot írjuk, ha mintán belül vagyunk, 0-t, ha azon kívül
  - a múltbeli érték helyébe a realizálódott értékét írjuk, ha mintán belül vagyunk, a becsült értéket, ha azon kívül
- Az ARMA-folyamat tulajdonságaiból adódik, hogy nagyon messzire előremenve az előrejelzéssel a folyamat várható értékéhez fogunk konvergálni
- ARIMA-modellezésnél utolsó lépésben még vissza kell csinálni a differenciázást (kumulálni kell)

Előrejelzések készítése

- Mindez összefoglalva azt jelenti, hogy
  - a hibatag helyébe a reziduumot írjuk, ha mintán belül vagyunk, 0-t, ha azon kívül
  - a múltbeli érték helyébe a realizálódott értékét írjuk, ha mintán belül vagyunk, a becsült értéket, ha azon kívül
- Az ARMA-folyamat tulajdonságaiból adódik, hogy nagyon messzire előremenve az előrejelzéssel a folyamat várható értékéhez fogunk konvergálni
- ARIMA-modellezésnél utolsó lépésben még vissza kell csinálni a differenciázást (kumulálni kell)

Előrejelzések készítése

- Mindez összefoglalva azt jelenti, hogy
  - a hibatag helyébe a reziduumot írjuk, ha mintán belül vagyunk, 0-t, ha azon kívül
  - a múltbeli érték helyébe a realizálódott értékét írjuk, ha mintán belül vagyunk, a becsült értéket, ha azon kívül
- Az ARMA-folyamat tulajdonságaiból adódik, hogy nagyon messzire előremenve az előrejelzéssel a folyamat várható értékéhez fogunk konvergálni
- ARIMA-modellezésnél utolsó lépésben még vissza kell csinálni a differenciázást (kumulálni kell)

Előrejelzések készítése

- Mindez összefoglalva azt jelenti, hogy
  - a hibatag helyébe a reziduumot írjuk, ha mintán belül vagyunk, 0-t, ha azon kívül
  - a múltbeli érték helyébe a realizálódott értékét írjuk, ha mintán belül vagyunk, a becsült értéket, ha azon kívül
- Az ARMA-folyamat tulajdonságaiból adódik, hogy nagyon messzire előremenve az előrejelzéssel a folyamat várható értékéhez fogunk konvergálni
- ARIMA-modellezésnél utolsó lépésben még vissza kell csinálni a differenciázást (kumulálni kell)

Az előrejelzés pontosságának a mérése

A két legtipikusabb mutató:

- Átlagos négyzetes hiba: $MSE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \widehat{y}_t\right)^2$
- Átlagos abszolút relatív hiba: $MAPE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{\left|y_t - \widehat{y}_t\right|}{y_t}$

Az előrejelzés pontosságának a mérése

A két legtipikusabb mutató:

- Átlagos négyzetes hiba: $MSE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \widehat{y}_t\right)^2$
- Átlagos abszolút relatív hiba: $MAPE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{\left|y_t - \widehat{y}_t\right|}{y_t}$